

Программа теорминимума ИТФ НАН Украины.

Первая группа

- МАТЕМАТИКА I.
- МЕХАНИКА.

Вторая группа

- МАТЕМАТИКА II.
- ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.
- ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.
- КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА.
- СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.

Третья группа

- МАТЕМАТИКА III.
- ФИЗИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА И ГИДРОДИНАМИКА.
- КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.
- КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ.

МАТЕМАТИКА I.

I. Комплексные числа

1. Элементарные действия с комплексными числами.
2. Разложение полинома на множители. Разложение рациональных дробей на простейшие.

II. Основы линейной алгебры

1. Системы линейных уравнений. Определители.
2. Линейные пространства. Базис.
3. Дуальное пространство. Скалярные произведения. Канонический изоморфизм.

III. Матрицы

1. Линейные преобразования. Матрицы линейных преобразований.
2. Ранг матрицы. Обратные матрицы.
3. Квадратичные формы. Билинейные формы.
4. Характеристическое уравнение. Диагонализация матриц и квадратичных форм. Жорданова форма.
5. Функции от матриц. Симметрические функции.

IV. Функции многих переменных

1. Полная и частная производные.
2. Производная сложной функции. Дифференцирование неявных функций
3. Условный экстремум функций многих переменных.

V. Интегралы

1. Простейшие приемы интегрирования функций одной переменной.
2. Интегрирование рациональных и трансцендентных функций.
3. Вычисление длин дуг, площадей поверхностей вращения, объемов, ограниченных поверхностями вращения

VI. Кратные интегралы

1. Кратные интегралы. Приведение кратных интегралов к повторным.
2. Интегралы по линиям и поверхностям. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
3. Элементы теории поля (градиент, дивергенция, ротор). Теорема Остроградского-Гауса. Теорема Стокса.

VII. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Уравнения в полных дифференциалах, однородные уравнения, линейные уравнения, а также уравнения, сводящиеся к предыдущим типам.
2. Линейные уравнения произвольного порядка с постоянными коэффициентами.
3. Системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.

VIII. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка

1. Линейные уравнения в частных производных. Метод характеристик.
2. Уравнения типа Гамильтона-Якоби. Разделение переменных.

IX. Определенные интегралы

1. Сходимость несобственных интегралов.
2. Интегрирование и дифференцирование определенных собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра.

X. Ряды. Ряды Фурье

1. Сходимость рядов. Критери сходимости. Бесконечные произведения
2. Суммирование рядов. Степенные ряды. Разложение в ряд Тейлора
3. Ряды Фурье. Вычисление рядов Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов.
4. Преобразование Фурье. Решение дифференциальных уравнений при помощи преобразования Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, 2002.
2. Гюнтер, Кузьмин, 19xx.
3. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. Москва, Высшая школа, 1981.

МЕХАНИКА

Первый уровень

I. Движение при наличии связей.

1. Связи и их классификация.
2. Принцип виртуальных перемещений. Принцип Даламбера.
3. Обобщенные координаты. Уравнения Лагранжа.
4. Теорема об изменении полной энергии. Потенциальные, гироскопические и диссипативные силы.

II. Вариационные принципы в механике.

1. Принцип наименьшего действия.
2. Функция Лагранжа материальной точки и системы материальных точек.
3. Вывод уравнений Лагранжа. Инвариантность действия и законы сохранения энергии, импульса, момента количества движения.
4. Основной интегральный инвариант механики (инвариант Пуанкаре-Картана). Гидродинамическая интерпретация основного интегрального инварианта.
5. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Теорема Ли Хуа-чжуна.
6. Инвариантность объема в фазовом пространстве. Теорема Лиувилля.

III. Движение в центральном поле.

1. Случаи центрального движения, разрешимые в квадратурах, интегрирование с помощью тригонометрических и эллиптических функций.
2. Теорема о вириале.
3. Кеплерова задача. Задача двух притягивающих центров.
4. Движение по поверхности вращения, случаи, разрешимые в тригонометрических и эллиптических функциях.
5. Распад частиц. Упругие столкновения частиц. Формула Резерфорда.

IV. Колебания.

1. Свободные и вынужденные колебания.

2. Колебания систем со многими степенями свободы. Гармоническая цепочка с различными граничными условиями.
3. Цепочка Тоды. Солитоны в цепочке Тоды.
4. Затухающие колебания. Вынужденные колебания при наличии трения.
5. Ангармонические колебания. Резонанс в нелинейных колебаниях.
6. Параметрический резонанс.

V. Движение твердого тела.

1. Тензор инерции. Уравнения движения твердого тела.
2. Эйлеровы углы. Уравнения Эйлера.
3. Кинематическое представление движения по Пуансо.
4. Движение волчка по абсолютно шероховатой и гладкой поверхностях.
5. Движение в неинерциальной системе отсчета. Силы Кориолиса.

VI. Канонический формализм в механике.

1. Уравнение Гамильтона, вывод из вариационного принципа.
2. Канонические преобразования. Классическая теория возмущений.
3. Скобки Пуассона. Критерии каноничности преобразования. Скобки Пуассона как канонические инварианты.
4. Метод разделения переменных. Уравнение Гамильтона–Якоби.
5. Адиабатические инварианты.
6. Переменные действие–угол. Условно-периодическое движение.
7. Интегрируемые нелинейные системы. Динамический хаос. Странные аттракторы.

Второй уровень

VII. Механика сплошных сред. Элементы теории упругости

1. Тензор деформации. Тензор напряжений.
2. Закон Гука. Уравнения равновесия однородных тел.
3. Уравнения Лагранжа для непрерывных систем. Сохранение энергии в непрерывных системах.

4. Упругие волны в изотропной среде. Закон дисперсии. Групповая скорость волн.

VIII. Механика калибровочных систем

- (a) Сингулярное преобразование Лежандра. Классификация связей. Функции первого и второго классов.
- (b) Полный и расширенный гамильтониан. Уравнения движения и вариационный принцип.
- (c) Связи первого класса как генераторы калибровочных преобразований.
- (d) Связи второго класса. Скобки Дирака. Редуцируемые связи второго класса.
- (e) Геометрия на поверхности порожденной связями. Поверхности первого класса. Фактор-пространство.
- (f) Решение связей внутри действия.
- (g) Функции на порожденной поверхности. Алгебраическое описание наблюдаемых.
- (h) Калибровочные преобразования и теорема Нетер. Калибровочные преобразования расширенного действия. Калибровочные преобразования как канонические преобразования.
- (i) BRST-конструкция. Градуированные алгебры. Резольвенты. Резольвента Козуля-Тейта. Продольная внешняя производная. Расширенное фазовое пространство. Гомологическая теория возмущений. Калибровочно-фиксированное действие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика, 1973.
2. М.Голдстейн. Классическая механика, 1957.
3. Ф.Р. Гантмахер. Лекции по аналитической механике. Москва, Физматлит, 2002.
4. Э. Уиттекер. Аналитическая динамика. Изд. дом "Удмуртский университет 1999.

МАТЕМАТИКА II.

I. Голоморфные функции. Аналитическое продолжение

1. Функции комплексного переменного. Голоморфные функции. Аналитичность и дифференцируемость.
2. Понятие аналитического продолжения. Распространение функции действительного переменного на комплексную плоскость.
3. Полная аналитическая функция. Риманова поверхность.

II. Ряды Лорана

1. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Правильная и главная части.
2. Единственность разложения Лорана. Область сходимости ряда.

III. Изолированные особые точки. Вычеты

1. Классификация особых точек однозначной функции. Связь между нулем и полюсом. Поведение функции в окрестности изолированной особой точки.
2. Вычет относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычет относительно бесконечно удаленной точки.

IV. Выделение регулярных ветвей многозначных функций

1. Ветви многозначных функций. Точки ветвления.
2. Разрезы. Риманова поверхность радикалов. Риманова поверхность логарифма.

V. Вычисление интегралов с помощью вычетов

1. Лемма Жордана.
2. Обход особой точки. Поворот и сдвиг контура интегрирования.
3. Интеграл от многозначной функции.

VI. Конформные преобразования

1. Понятие конформного отображения. Основная задача. Соответствие границ.
2. Простейшие конформные отображения. Дробно-линейные отображения.

3. Принцип симметрии. Отображения многоугольников.

VII. Интегральные уравнения

1. Уравнения первого и второго рода. Уравнение Фредгольма. Метод Пикара.
2. Спектральная интегральная задача. Сведение интегральных уравнений к дифференциальным.
3. Уравнение Вольтерра и типа Вольтерра. Сведение уравнений первого рода к уравнениям второго.
4. Резольвента ядра.

VIII. Асимптотические методы

1. Асимптотическое разложение. Асимптотика интегралов. Метод перевала.
2. Асимптотики рядов. Асимптотическое поведение решений дифференциальных уравнений.

IX. Дифференциальные уравнения математической физики

1. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
2. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений. Разделение переменных.
3. Эллиптические уравнения. Метод функций Грина. Параболические уравнения.
4. Гиперболические уравнения. Метод распространяющихся волн.
5. Уравнения высших порядков. Специальные функции и группы симметрий.
6. Гипергеометрическое уравнение. Гипергеометрические функции.

X. Элементы теории специальных функций

1. Гамма- и бета-функции Эйлера. Определение и основные свойства.
2. Ортогональные многочлены. Весовая функция. Дифференциальные уравнения. Производящие функции.
3. Цилиндрические функции. Асимптотические выражения для цилиндрических функций. Сферические функции. Теорема сложения.

4. Эллиптические функции. Решетка периодов. Общие свойства эллиптических функций.
5. Эллиптические интегралы и функции Якоби. Функции Веерштрасса. θ -функции. Теорема сложения для эллиптических функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного, 1972
2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Москва, Наука, 1972
3. Г.П. Головач, О.Ф. Калайда. Збірник задач з диференціальних та інтегральних рівнянь. Київ, Техніка, 1997

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

I. Специальная теория относительности.

1. Преобразование Лоренца.
2. Преобразование скорости.
3. 4-векторы скорости и ускорения.

II. Релятивистская механика.

1. Функция Лагранжа свободной материальной точки.
2. 4-векторы импульса и силы, 4-тензор момента импульса.
3. Распад частиц.
4. Упругие столкновения частиц.

III. Заряд в электромагнитном поле.

1. Четырехмерный потенциал поля. Калибровочная инвариантность.
2. Преобразование Лоренца для поля. Инварианты поля.
3. Тензор электромагнитного поля.
4. Уравнение движения заряда в поле.
5. Движение заряда в постоянных однородных электрическом и магнитном полях.

IV. Уравнения электромагнитного поля.

1. Уравнения Максвелла.
2. Действие для электромагнитного поля.
3. Уравнение непрерывности.
4. Законы сохранения в электродинамике.
5. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля.
6. Преобразование Лоренца для поля. Инварианты поля.

V. Постоянное электромагнитное поле.

1. Закон Кулона. Энергия взаимодействия системы электрических зарядов.
2. Поле равномерно движущегося заряда.
3. Движение в кулоновском поле.
4. Дипольный и мультипольный моменты. Разложение по мультиполям.
5. Система зарядов во внешнем поле.
6. Постоянное магнитное поле. Магнитное поле системы токов на больших расстояниях.
7. Теорема Лармора.

VI. Электромагнитные волны.

1. Волновое уравнение.
2. Плоские электромагнитные волны. Поляризация волн. Фазовая и групповая скорости.
3. Спектральное разложение.
4. Собственные колебания поля.
5. Уравнение геометрической оптики. Интенсивность.
6. Уравнение эйконала. Оптико-механическая аналогия. Пределы геометрической оптики.
7. Диффракции Френеля и Фраунгофера.
8. Запаздывающие и опережающие потенциалы и их спектральное разложение.
9. Потенциалы Лиенара–Вихерта.

VII. Излучение электромагнитных волн - 1.

1. Поле системы зарядов на далеких расстояниях.
2. Дипольное, квадрупольное и магнитно-дипольное излучения.
3. Излучение при кулоновском взаимодействии.
4. Излучение быстро движущегося заряда. Спектральное разложение излучения.

5. Торможение излучением.
6. Рассеяние электромагнитных волн свободными и связанными зарядами.

VIII. Постоянное магнитное поле.

1. Магнитное поле постоянных токов.
2. Энергия системы токов. Самоиндукция линейных проводников.
3. Силы в магнитном поле.

IX. Квазистационарное электромагнитное поле.

1. Уравнения квазистационарного поля.
2. Глубина проникновения поля в проводник. Скин-эффект.
3. Движение проводника в магнитном поле.

X. Электромагнитное поле в среде.

1. Макроскопические уравнения Максвелла в среде. Граничные условия.
2. Материальные уравнения. Восприимчивости и проницаемости вещества.
3. Частотная и пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости. Ее аналитические свойства. Соотношения Крамерса–Кронига.
4. Классическая теория дисперсии света. Поглощение света и уширение спектральных линий.
5. Энергия поля в диспергирующих средах.
6. Плоские монохроматические волны в однородных средах.
7. Электродинамика движущихся диэлектриков.

XI. Рассеяние электромагнитных волн.

1. Рассеяние и поглощение электромагнитных волн малыми частицами.
2. Рассеяние электромагнитных волн в изотропных средах.
3. Принцип детального равновесия при рассеянии.
4. Рэлеевское рассеяние в газах и жидкостях.

5. Комбинационное рассеяние света.

XII. Излучение электромагнитных волн - 2.

1. Электромагнитные потери быстрой заряженной частицы в веществе. Излучение Вавилова–Черенкова.
2. Переходное излучение.
3. Равновесное излучение. Формула Планка. Закон Кирхгофа.

XIII. Принципиальные проблемы классической электродинамики.

1. Расходимость собственной энергии поля электрона.
2. Теория Дирака и Уилера–Фейнмана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М.: Наука, 1973.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
3. В.Л.Гинзбург. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981.
4. Дж. Джексон. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.

I. Введение. Основы ОТО

1. Пространство–время в нерелятивистской физике и в СТО. Метрика пространства–времени.
2. Общий принцип относительности.

II. Многообразия и тензорные поля

1. Многообразия, векторы и тензоры.
2. Метрический тензор.
3. Обозначения абстрактных индексов.

III. Кривизна

1. Оператор производной и параллельный перенос.
2. Тензор кривизны. Методы вычисления кривизны.
3. Геодезические.

IV. Уравнения Эйнштейна

1. Геометрия пространства в дорелятивистской физике.
2. Специальная и общая ковариантность. Специальная и общая теория относительности.
3. Линеаризованная гравитация: ньютоновский предел и гравитационное излучение.

V. Однородная и изотропная космология

1. Однородность и изотропия.
2. Динамика однородной и изотропной модели вселенной.
3. Космологическое красное смещение и горизонты событий.
4. Эволюция Вселенной.

VI. Решение Шварцшильда

1. Сферическая симметрия. Теорема Биркгофа.

2. Вывод решения Шварцшильда. Внутреннее решение.
3. Движение в метрике Шварцшильда: гравитационное красное смещение, прецессия перигелия, отклонение света и временное запаздывание.

VII. Сингулярность и горизонт событий

1. Геодезическая полнота. Максимальное расширение.
2. Пространство Риндлера и его расширение.
3. Расширение Крускала решения Шварцшильда. Горизонт событий.

VIII. Математическое дополнение к ОТО

1. Топологические пространства.
2. Дифференциальные формы и интегрирование. Теоремы Стокса и Гаусса. Теорема Фробениуса.
3. Отображение многообразий. Производная Ли. Векторные поля Киллинга.
4. Конформные преобразования. Тензор Вейля.
5. Лагранжева и гамильтонова формулировка уравнений Эйнштейна. Энергия гравитационного поля.
6. Принципиальные проблемы общей теории относительности. Альтернативные теории гравитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. Наука, М., 1973.
2. В.А.Фок. Теория пространства, времени и тяготения. Физмат. М., 1977.
3. С.Вайнберг. Гравитация и космология. Мир., М., 1975.

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА.

I. Общие принципы квантовой механики

1. Принцип суперпозиции. Динамические переменные и наблюдаемые.
2. Представления векторов состояния и наблюдаемых.
3. Унитарные преобразования, координатное представление, импульсное представление.
4. Шредингера форма уравнений движения. Гейзенбергова форма уравнений движения, уравнения движения в представлении взаимодействия.
5. Соотношение неопределенностей, процесс измерения, принцип дополнительности.
6. Матрица плотности.

II. Уравнение Шредингера

1. Основные свойства уравнения Шредингера. Уравнение непрерывности. Вариационный принцип. Вариационные методы.
2. Уравнение Шредингера для одномерного движения. Потенциальный ящик. Линейный осциллятор, ротатор. Движение в однородном поле.
3. Электрон в периодическом поле. Электронный спектр твердого тела.

III. Движение в центральном поле

1. Общие свойства движения в центрально-симметричном поле.
2. Свободное движение (сферические координаты). Разложение по плоским волнам.
3. Падение частицы на центр.
4. Движение в кулоновском поле. Атом водорода. Прямоугольная яма.

IV. Квазиклассическое приближение

1. Одномерная задача. Условие квантования. Прохождение частиц через барьер.
2. Центрально-симметричное поле. Распределение Томаса–Ферми в атоме.
3. Квазиклассическая задача рассеяния.

V. Теория возмущений

1. Возмущения, не зависящие от времени. Вырожденный случай. Секулярное уравнение.
2. Возмущения, зависящие от времени. Периодические возмущения. Переходы в непрерывном спектре.
3. Потенциальная энергия как возмущение. Вырожденный случай.
4. Точность теории возмущений. Сходимость ряда. Специальные варианты теории возмущений.

VI. Группы симметрии в квантовой механике

1. Симметрии и квантовая механика.
2. Вращения и внутренняя степень свободы. Группа трехмерных вращений и группа $SU(2)$.
3. Алгебра Ли группы $SU(2)$. Неприводимые представления группы $SU(2)$.
4. Момент количества движения. Собственные значения и собственные функции момента.
5. Спиноры и спин частицы.
6. Сложение моментов. Коэффициенты Клебша–Гордона.

VII. Тожественность частиц

1. Перестановки, как наблюдаемые. Группа перестановок.
2. Принцип неразличимости, симметрия волновых функций.
3. Схемы Юнга.
4. Обменное взаимодействие.
5. Статистика Бозе и Ферми. Представление вторичного квантования.
6. Метод самосогласованного поля Хартри–Фока. Основное и возбужденное состояния атома гелия.

VIII. Упругие и неупругие столкновения

1. Общая теория рассеяния в поле центральной симметрии (спин 0 и $1/2$).
2. Условие унитарности. Оптическая теорема. Теорема детального баланса.

3. Рассеяние при малых энергиях. Уравнение фазовых функций.
4. Рассеяние при высоких энергиях. Борновское приближение.
5. Рассеяние тождественных частиц.
6. Рассеяние кулоновским потенциалом.
7. Резонансное рассеяние. Квазистационарные состояния.
8. Амплитуда рассеяния как аналитическая функция энергии и передаваемого импульса.
9. Аналитические свойства парциальных волн по энергии. Аналитичность в l -плоскости, полюса Редже и резонансы.
10. Нестационарная теория рассеяния. Адиабатическая гипотеза. Теория возмущений. Связь со стационарным подходом.
11. Трехчастичная задача рассеяния. Проблемы постановки многочастичной задачи рассеяния.
12. Элементы теории неупругого рассеяния.

IX. Квантовая механика и интегралы по траекториям

1. Квантовомеханическая амплитуда вероятности. Фейнмановский интеграл по траекториям.
2. Классический предел.
3. Свободная частица. Гармонический осциллятор.
4. Волновая функция. Уравнение Шредингера и интеграл по траекториям.

X. Релятивистская квантовая механика

1. Уравнение Дирака. Лоренц-инвариантность уравнения Дирака.
2. Решение уравнения Дирака для свободной частицы.
3. Теория дырок. Парадокс Клейна.
4. Релятивистские поправки к движению электрона в электромагнитном поле.
5. Уравнение Паули. Спин-орбитальное взаимодействие. Эффект Зеемана. Эффект Штарка.
6. Метод функции распространения. Теория возмущений.
7. Рассеяние электрона на кулоновском потенциале.

8. Уравнение Клейна–Гордона–Фока.

Х. Принципиальные проблемы квантовой механики

1. Самосопряженные расширения. Проблема выбора гильбертового пространства.
2. Регуляризация обобщенных функций. Пропагатор в РКМ.
3. Основы квантовых вычислений. Запутанные состояния. Квантовое измерение.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика.
2. А.С.Давыдов. Квантовая механика.
3. А.Мессиа. Квантовая механика, т. 1, 2.
4. Д.Д.Бьеркен, С.Д.Дрелл. Релятивистская квантовая теория, т. 1.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. П.А.Дирак. Принципы квантовой механики.
2. Е.Вигнер. Теория групп и ее приложение к квантовой механике.
3. Д.Хиббс, Р.Фейнман. Квантовая механика и интегралы по траекториям.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.

I. Основные принципы статистики

1. Статистическое распределение. Функция распределения и матрица плотности. Статистическая независимость.
2. Теорема Лиувилля. Роль энергии.
3. Энтропия и вероятность. Закон возрастания энтропии.

II. Термодинамические величины

1. Температура. Давление. Работа и количество тепла.
2. Первый и второй законы термодинамики.
3. Термодинамические потенциалы. Связь между производными термодинамических величин.
4. Обратимые и необратимые процессы. Максимальная работа.
5. Термодинамические неравенства. Принцип Ле-Шателье. Теорема Нернста.
6. Системы с переменным числом частиц.
7. Термодинамическое равновесие во внешнем поле.

III. Распределение Гиббса

1. Свободная энергия в распределении Гиббса.
2. Вывод основных термодинамических соотношений из распределения Гиббса.
3. Распределение Гиббса с переменным числом частиц.

IV. Флуктуации

1. Распределение Гаусса. Флуктуации основных термодинамических величин.
2. Пространственные и временные корреляции флуктуаций.
3. Флуктуационно-диссипативная теорема.
4. Принцип симметрии кинетических коэффициентов.

V. Термодинамика идеальных газов

1. Распределения Больцмана, Ферми и Бозе. Роль столкновений молекул.

2. Неравновесный идеальный газ.
3. Свободная энергия и уравнение состояния бoльцмановского, Ферми- и Бозе-газов, функции распределения и уравнения состояния релятивистских газов.
4. Вырожденные газы. Теплоемкость и магнитная восприимчивость вырожденного электронного газа.
5. Статистика равновесного излучения. Уравнения состояния вещества при больших плотностях.
6. Флуктуации в идеальных газах. Распределение Пуассона.
7. Корреляции флуктуаций плотности в вырожденных газах.

VI. Плотные газы

1. Уравнение Ван-дер-Ваальса.
2. Групповое разложение. Сходимость ряда и конденсация.
3. Вириальное разложение.
4. Приближение Дебая–Хюккеля для плазмы.

VII. Фазовые переходы первого и второго рода

1. Теория Янга и Ли. Теорема Ван Хофа.
2. Теория Ландау фазовых переходов второго рода. Метод эффективного поля.
3. Критическая точка. Критические показатели.
4. Роль флуктуаций вблизи критической точки. Теория Орнштейна–Цернике. Гипотеза подобия.
5. Ренормализационная группа. Неподвижные точки и критические показатели. ϵ -разложение критических показателей.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М., 1976.
2. Т.Хилл. Статистическая механика. ИЛ, 1960.
3. К.Хуанг. Статистическая механика. Мир, М., 1966.

4. Ю.Б.Румер, М.Ш.Рывкин. Термодинамика, статистическая физики и кинетика. Наука, М., 1977.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А.Исихара. Статистическая механика. Мир. М., 1973.
2. Р.Кубо. Статистическая физика. Мир. М., 1968.
3. Г.Стенли. Фазовые переходы и критические явления.
4. Ш.Ма. Современная теория критических явлений.
5. А.З.Паташинский, В.Л.Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов.

МАТЕМАТИКА III

I. Элементы анализа на многообразиях

1. Гладкие многообразия, примеры, определения. Комплексные многообразия. Комплексные структуры.
2. Касательные векторы и векторные поля на многообразиях. Дифференциальные формы. Трансформационные свойства этих объектов.
3. Когомологии де Рама. Лемма Пуанкаре. Интегрирование дифференциальных форм и формула Стокса.
4. Гомологии многообразий и двойственность де Рама (без доказательств).
5. Римановы пространства как многообразия. Риманова связность. Ковариантное дифференцирование и метрика. Примеры. Двумерные римановы многообразия (поверхности). Конформные и квазиконформные отображения.
6. Элементы теории расслоений. Локально тривиальные расслоения. Главные и ассоциированные расслоения. Связность в расслоении. Кривизна связности. Характеристические классы. Калибровочные поля как связности в расслоениях.

II. Теория групп Ли

1. Основные определения. Примеры. Топология групп Ли. Компактные и некомпактные группы Ли.
2. Локальные исследования групп Ли. Касательное пространство. Лево- и правоинвариантные векторные поля. Однопараметрические подгруппы. Группы Ли: алгебры Ли группы Ли. Примеры: группа вращения $SO(3)$, группа Лоренца $SO(3, 1)$, группа Пуанкаре.
3. Матричные группы Ли и их алгебры Ли. Присоединенное и коприсоединенное представления.
4. Дифференциальная геометрия группового многообразия и однородные пространства. Связность на группе. Метрика на группе Ли. Структурные уравнения Мауэра–Картана.
5. Типы алгебр Ли (нильпотентные, разрешимые, полупростые).
6. Структурная теория и классификация полупростых алгебр Ли. Корневое разложение, диаграммы Дынкина. Группа Вейля.
7. Супералгебры Ли. Суперрасширения полупростых алгебр Ли малых рангов. Примеры супералгебр $osp(2|1)$, $osp(2|2)$. Суперрасширение алгебры группы Пуанкаре. Суперобобщения пространства Минковского.

III. Элементы теории представления

1. Понятие унитарного представления. Теоремы ортогональности и полноты матричных элементов конечномерных унитарных представлений групп Ли.
2. Конечномерные представления комплексных полупростых групп Ли. Теория весов. Весовые диаграммы.
3. Тензорное умножение конечномерных представлений. Пример группы $SO(3)$. Коэффициенты Клебша–Гордона.
4. Индуцированные представления вещественных групп Ли. Разложения Ивасава, Гаусса. Основная неунитарная серия представлений групп $SL(2, \mathbf{R})$, $SL(2, \mathbf{C})$. Переплетающие операторы.

IV. Гамильтонова механика на многообразиях

1. Симплектическая структура. Гамильтоновы векторные поля. Гамильтоновы уравнения. Скобка Пуассона. Теорема Лиувилля о сохранении объема фазового пространства.
2. Симметрии и интегралы гамильтоновых систем. Теорема Нетер в гамильтоновом формализме.
3. Интегрируемость по Лиувиллю. Квазипериодическое движение. Переменные действие – угол.
4. Гамильтоновы системы на орбитах коприсоединенного действия групп Ли. Симплектическая структура Кириллова–Константа. Уравнения Эйлера. Движение твердого тела.
5. Бесконечномерные гамильтоновы системы. Гамильтонов формализм теории поля. Уравнение Кортевега де Фриза как бесконечномерная гамильтонова система.

V. Элементы теории обобщенных функций

1. Пространства основных и обобщенных функций. Дифференцирование и интегрирование обобщенных функций. Дельта-образные последовательности.
2. Регуляризация функций со степенными особенностями. Операция дробного дифференцирования. Свертка обобщенных функций.
3. Преобразование Фурье обобщенных функций. Преобразование Фурье и дифференциальные уравнения. Функции Грина уравнений математической физики как обобщенные функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М., Наука, 1986.
2. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Теории гомологий. М., Наука, 1984.
3. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. М., Наука, 1978.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М., Наука, 1974.
5. Желобенко Д.П. Компактные группы Ли и их представление. М., Наука, 1970.
6. Хелгасон С. Дифференциальная геометрия и симметрические пространства. М., Мир, 1964.
7. Наймарк М.А. Теория представлений групп. М., Наука, 1976.
8. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними. М., ГИФМЛ, 1958.
9. Спрингер Дж. Введение в теорию римановых поверхностей. М., ИЛ, 1960.
10. Гото М., Гроссханс Ф. Полупростые алгебры Ли. М., Мир, 1981.
11. Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и ее приложения.

ФИЗИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА И ГИДРОДИНАМИКА.

I. Уравнение Лиувилля

1. Концепция ансамблей Гиббса. Функция распределения.
2. Уравнение Лиувилля. Эквивалентность уравнения Лиувилля системе уравнений Гамильтона для частиц системы.

II. Динамическая теория

1. Приведенные функции распределения. Метод функциональных производных.
2. Цепочка кинетических уравнений Боголюбова.
3. Иерархия времени эволюции динамической системы по Боголюбову. Кинетическая стадия: получение кинетических уравнений различного порядка.

III. Кинетические уравнения

1. Уравнение Больцмана.
2. Уравнение Власова. Кинетическое уравнение Паули.
3. H-теорема. Статистическая энтропия.

IV. Стохастические процессы

1. Марковские и немарковские случайные процессы.
2. Стационарные и нестационарные случайные процессы.
3. Уравнение Ланжевена и Фоккера–Планка. Броуновская стадия.

V. Гидродинамика

1. Идеальная жидкость. Уравнение непрерывности. Уравнение Эйлера.
2. Уравнения движения вязкой жидкости. Диссипация энергии.
3. Турбулентность.
4. Тензор энергии-импульса.
5. Уравнения гидродинамики сверхтекучей жидкости.
6. Релятивистская гидродинамика.

VI. Элементы теории плазмы

1. Безстолкновенная плазма. Пространственная дисперсия в плазме. Электромагнитное поле в плазме. Затухание Ландау. Диэлектрическая проницаемость максвелловской плазмы. Продольные и ионно-звуковые волны. Солитоны в плазме.
2. Столкновения в плазме. Интегралы столкновений.
3. Плазма в магнитном поле. Диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы. Электромагнитные волны в магнитоактивной плазме.
4. Неустойчивости в плазме. Абсолютная и конвективная неустойчивость. Пучковая неустойчивость.
5. Флуктуации в плазме. Ланжевенов подход. Корреляции флуктуаций. Рассеяние волн в плазме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.Балеску. Равновесная и неравновесная статистическая механика. Мир. М., 1978, т. 32.
2. А.И.Ахиезер, С.В.Пелетминский. Методы статистической физики. Наука. М., 1977.
3. И.А.Квасников. Термодинамика и статистическая физика. Теория неравновесных систем. И-во МГУ, 1987.
4. Ю.Л.Климонтович. Статистическая физика. Наука. М., 1982.
5. Е.М.Лифшиц, Л.Д.Ландау. Гидродинамика.

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

I. Симметрия кристаллических решеток

1. Решетка Бравэ. Понятия примитивной и условной элементарной ячейки кристалла. Ячейка Вигнера–Зейтца. Кристаллическая структура-решетка с базисом.
2. Оператор трансляций. Кристаллографические точечные и пространственные группы решеток Бравэ и кристаллических структур.
3. Обратная решетка. Первая зона Бриллюэна.
4. Атомные плоскости и индексы Миллера.
5. Определение кристаллических структур с помощью дифракции рентгеновских лучей. Формулировка Брэгга и Лауэ. Построение Эвальда.

II. Метод вторичного квантования

1. Квантовомеханический осциллятор, операторы рождения и уничтожения. Представление чисел заполнения.
2. Нормальные моды и фононы. Фононы в одномерном кристалле с одним и двумя атомами в элементарной ячейке. Фононы в трехмерном кристалле.
3. Фонон-фононное взаимодействие.
4. Фононная теплоемкость твердых тел. Модели Дебая и Эйнштейна.
5. Плотность нормальных мод. Квантование свободного электромагнитного поля. Фотоны.
6. Вторичное квантование предингеровских волновых полей, подчиняющихся статистике Ферми (фермионы) и Бозе (бозоны). Дырочное представление.

III. Электроны в кристалле в поле периодического потенциала

1. Теорема Блоха. Собственные значения и собственные функции оператора трансляции. Условия Борна–Кармана. Эффективная масса электрона.
2. Приближение почти свободных электронов.
3. Обобщенный метод ортогонализированных плоских волн.
4. Псевдопотенциал. Приближение сильно связанных электронов. Функции Ванье.

5. Зонная теория твердых тел. Классификация твердых тел на основе энергетического спектра их одноэлектронных состояний.
6. Поверхность Ферми. Плотность электронных состояний.
7. Статистика электронов в твердых телах. Химический потенциал.
8. Движение электрона в кристалле при наличии магнитного поля. Циклотронный резонанс и эффективная циклотронная масса электрона проводимости. Квантование движения электрона в зоне проводимости при наличии магнитного поля.
9. Диа- и парамагнетизм электронного газа. Эффект де Гааза-ван-Альфена.

IV. Электронный газ со взаимодействием

1. Метод самосогласованного поля Хартри–Фока. Электронный газ в приближении Хартри–Фока.
2. Экранирование: теория Томаса–Ферми и Линдхарда.
3. Диэлектрическая проницаемость электронного газа.
4. Теория Ферми-жидкости, квазичастицы.
5. Спиновые волны в ферромагнетиках. Спиновый гамильтониан и модель Гейзенберга. Преобразование Хольштейна–Примакова.
6. Магноны. Взаимодействие магнонов с фононами. Теплоемкость газа магнонов. Ферромагнетизм вблизи температуры Кюри. Спиновые волны в антиферромагнетиках.
7. Анизотропный электронный газ: квазидвумерные и квазиодномерные системы.
8. Точно интегрируемые многоэлектронные задачи (модели Гейзенберга и Хаббарда).
9. Диэлектрик Мотта. Экситоны Ванье–Мотта. Экситоны Френкеля. Молекулярные экситоны в кристаллах с одной и с несколькими молекулами в элементарной ячейке. Давыдовское расщепление. Взаимодействие экситонов с фононами. Экситоны в магнитных диэлектриках.

V. Электрон-фононное взаимодействие

1. Взаимодействие электронов с акустическими фононами. Электрон-фононное взаимодействие в ионных кристаллах. Поляроны.
2. Особенности электрон-фононного взаимодействия в квазиодномерных проводниках. Эффект Пайерлса.

VI. Метод функций Грина в теории твердого тела

1. Функция Грина макроскопической системы. Определение энергетического спектра по функции Грина.
2. Функция Грина идеального Ферми-газа. Расщепление частиц Ферми-жидкости по импульсам.
3. Вычисление термодинамических величин по функции Грина.
4. Диаграммная техника для Ферми-систем.
5. Собственно-энергетическая функция. Двухчастичная функция Грина.
6. Связь вершинной функции с амплитудой рассеяния квазичастиц.
7. Функция Грина при конечных температурах.
8. Нестационарные функции Грина. Келдышевская техника.

VII. Сверхтекучесть

1. Квантовая бозе-жидкость, сверхтекучесть. Фононы в жидкости.
2. Вырожденный почти идеальный бозе-газ. Волновая функция конденсата. Температурная зависимость плотности конденсата.
3. Квантованные вихревые нити.
4. Гриновские функции бозе-жидкости.
5. Собственно-энергетические функции и спектр элементарных возбуждений.

VIII. Сверхпроводимость

1. Сверхтекучий ферми-газ. Куперовские пары. Энергетический спектр.
2. Термодинамические свойства.
3. Теория БКШ.
4. Гриновские функции сверхтекучего ферми-газа. Температурные гриновские функции сверхтекучего ферми-газа.
5. Сверхпроводящий ток. Эффект Мейснера.
6. Уравнения Гинзбурга–Ландау.
7. Поверхностное натяжение на границе сверхпроводящей и нормальной фаз. Два рода сверхпроводников. Выхри в сверхпроводниках второго рода. Пиннинг и крип.

8. Эффект Джозефсона. Связь тока с магнитным полем в сверхпроводнике.

IX. Кинетические свойства

1. Уравнение Больцмана для квазичастицы, интеграл столкновений.
2. Электропроводимость, подвижность носителей.
3. Теплопроводность электронного газа и решетки. Процессы переброса.
4. Классический и квантовый эффект Холла.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ч.Киттель. Квантовая теория твердых тел.
2. Дж.Займан. Принципы теории твердого тела.
3. Н.Ашкрофт, Н.Мермин. Физика твердого тела. Т. 1, 2.
4. Л.Д.Ландау. Квантовая механика.
5. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Статистическая физика. Ч. 2.
6. А.С.Давыдов. Теория твердого тела.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, Е.М.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике.
2. Х.Хакен. Квантовополевая теория твердого тела.
3. Э.Г.Петров. Теория магнитных экситонов.
4. Н.П.Мотт. Переход металл-изолятор.
5. А.Анималу. Квантовая теория кристаллических твердых тел.

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

I. Релятивизм и квантовая механика

1. Симметрии в квантовой механике. Одночастичные состояния и представления группы Пуанкаре.
2. Взаимодействие частиц. Теория рассеяния. S -матрица. Теория возмущений.
3. Принцип кластерной разложимости. Бозоны и фермионы. Операторы рождения и уничтожения. Кластерное разложение и связанные амплитуды.
4. Переход к теории поля. Свободные поля. Причинные скалярные, векторные, и спинорные поля. Безмассовые поля.
5. Правила Фейнмана. Расходимости. Перенормировка в РКМ.

II. Квантование свободного поля

1. Метод канонического квантования для полевых систем. Типы перестановочных соотношений. Операторы рождения и уничтожения. Пространство Фока. Вакуумные флуктуации.
2. Квантование скалярного векторного и спинорного полей. Динамические переменные свободных полей и операторы энергии-импульса, спина, тока, заряда. Положительная определенность энергии. Проекционные операторы и спиновая матрица плотности.
3. Квантование электромагнитного поля. Условие Лоренца. Индефинитная метрика. Метод Гупты–Блейлера. Динамические переменные и операторы энергии-импульса и спина.
4. Нормальное произведение операторов, перестановочные функции, хронологические произведения и различные типы функций Грина.

III. Взаимодействующие поля, матрица рассеяния, свойства симметрии

1. Представление Гейзенберга, Шредингера, Дирака (взаимодействия). Общая форма оператора эволюции. Определение и общие свойства S -матрицы. Релятивистская инвариантность, унитарность и причинность.
2. Лагранжианы различных типов взаимодействий и их симметрии. Дискретные симметрии: C , P , T . Преобразования СРТ. Теорема о связи спина и статистики. Лагранжианы слабого, электромагнитных и сильных взаимодействий.
3. Вероятности и сечения. Инвариантные фазовые объемы. Кроссинг-симметрия. Соотношение унитарности для инвариантных амплитуд рассеяния. Оптическая теорема.

IV. Методы теории возмущений

1. Вывод хронологического представления для S -матрицы в теории возмущений.
2. Приведение S -матрицы к нормальной форме. Теорема Вика. Диаграммы Фейнмана спинорной электродинамики. Теорема Фарри.
3. Эффекты низшего порядка в теории возмущений: Комpton-эффект, аннигиляция пары, тормозное излучение, рождение пары в поле ядра, формфакторы.

V. Радиационные поправки и общий метод перенормировки

1. Расходимости в низших порядках квантовой электродинамики, вершинная функция. Методы регуляризации: регуляризация Паули–Вилларса, размерностная регуляризация.
2. Контрчлены. Перенормировка массы и заряда в низшем порядке по константе связи. Классификация ренормируемости теории.
3. Калибровочные преобразования 1-го и 2-го рода. Вывод тождеств Уорда–Такахаси. Перенормируемость квантовой электродинамики. Общий вывод контрчленов и конечные перенормировки.
4. Ренормализационная группа. Эффективный заряд, функция Гелл–Манна–Лоу. Уравнение Овсянникова–Каллана–Симанзика. Аномальные размерности. Масштабная и конформная инвариантность. Коэффициенты γ -, β -функций в низших порядках. Операторные разложения на световом конусе.
5. Система функционально-дифференциальных уравнений Швингера–Дайсона. Уравнения Швингера–Дайсона в интегральной форме. Релятивистские уравнения для связанных состояний, уравнения Бете–Солпитера, лестничное приближение.
6. Вычисление поправок к закону Кулона. Аномальный магнитный момент. Лембовский сдвиг. Рассеяние фотона на фотоне. Эффект Казимира.

VI. Функциональные методы. Квантование неабелевых калибровочных теорий

1. Фейнмановский интеграл по траекториям в квантовой механике и теории поля. Запись S -матрицы и функций Грина через континуальные интегралы. Производящий функционал.
2. Эффективное действие и метод перевала. Вычисление функциональных детерминантов с помощью ζ -функции. Интегрирование по грасмановым переменным. Континуальный интеграл и теория возмущений в квантовой теории поля.

3. Системы со связями. Поле Янга–Миллса. Гамильтонов формализм для калибровочных теорий. Квантование при наличии связей. Интегрирование по калибровочной группе. Вспомогательные поля Фаддеева–Попова. Тожества Славнова–Тейлора. Зависимость функций Грина от калибровки. Симметрия БРСТ.
4. Квантовая хромодинамика. Асимптотическая свобода на малых расстояниях.
5. Спонтанное нарушение симметрии. Теорема Голдстоуна, механизм Хиггса, U-модель. Теория Вайнберга–Салама объединенных слабых и электромагнитных взаимодействий.
6. Частичное сохранение аксиального тока и киральная симметрия. Низкоэнергетические теоремы. Распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ и аномалия аксиального тока.
7. Перенормировка теорий со спонтанно нарушенной калибровочной симметрией. Различные подходы к теории перенормировок. Вильсоновский подход к ренормгруппе.

VII. Непертурбативные решения в КТП

1. Редукционная формула Лемана–Симанчика–Циммермана. Спектральные представления. Представление Челена–Лемана. Дисперсионные соотношения.
2. Инстантоны в теории Янга–Миллса. Учет инстантонных вкладов при квантовании. Вклад в ренормгруппу. Магнитные монополи.
3. Нелинейные σ -модели. Конформная теория поля. Матричные модели. Предел сильного поля.

VIII. Суперсимметричные теории

1. Супералгебры. Суперрасширения алгебры Пуанкаре.
2. Суперсимметричные теории. Суперполя. Киральные и калибровочные суперполя. Нарушение суперсимметрии. Супергравитация.
3. Квантовые свойства суперсимметричных теорий. Суперсимметричный вариант стандартной модели.

IX. Приложения КТП

1. Применение КТП в теории твердого тела. Ренормгруппа в теории фазовых переходов. Модели со спонтанно нарушенной симметрией.
2. Построение единой теории поля. $SU(5)$ -модель. Суперсимметричные модели.

3. Элементы теории струн. Симметрии струнного действия. Квантование свободной бозонной струны. Критическая размерность. Струны и гравитация. Фермионные струны. Суперсимметрия на мировом листе. Суперсимметрия в пространстве-времени. Супергравитация как полевой предел суперструны. Проблемы теории струн.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантовых полей. Наука, М., 1976.
2. К.Ициксон, Ж.-Б.Зюбер. Квантовая теория поля, т. I, II, Мир, М., 1984.
3. Дж.Д.Бьеркен, С.Д.Дрелл. Релятивистская квантовая теория. Т. I, II, Наука, М., 1978.
4. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика. Наука, М., 1969.
5. А.А.Славнов, Л.Д.Фаддеев. Введение в теорию калибровочных полей. Наука, М., 1987.
6. П.Рамон. Теория поля. Современный вводный курс. Мир., М., 1984.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Ил. М., 1963.
2. Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, И.Т.Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. Наука, М., 1969.
3. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория. Т. II, Наука, М., 1971.
4. С.Трейман, Р.Джакив, Д.Гросс. Лекции по алгебре токов. Атомиздат, Мир., 1977.
5. Сборник "Квантовая теория калибровочных полей". Мир. М., 1977.
6. Дж.Коллинз. Перенормировка. Мир. М., 1988.
7. И.Весс Дж.Беггер. Суперсимметрия и супергравитация. Мир. М., 1986.
8. Грин, Шварц, Виттен. Теория суперструн. т. 1-2